Pré-test: niveau 2^{nde}- 1ère



Ministère de l'Education Année 2025 nationale **Durée: 3 heures**



NB: Chaque problème est noté sur 4 points. Toute trace de recherche, même incomplète ou toute argumentation correcte sera valorisée.

Problème 1 Inégalité subtile!

Soit a, b, c, d et e des nombres réels. Démontrer que

$$a^{2} + b^{2} + c^{2} + d^{2} + e^{2} \ge a(b + c + d + e)$$

Problème 2 Un peu d'algèbre!

Soit a, b et c des nombres réels tels que, a + b + c = 0. Démontrer que

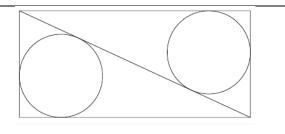
$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

Problème 3 Distance des deux centres!

Un rectangle a des côtés de longueur 5 et 12 unités.

Une diagonale est dessinée, puis le cercle inscrit à chacun des deux triangles.

Quelle est la distance entre les centres de ces deux cercles?



Problème 4 Le système décimal en poche

Soit
$$N = \underbrace{44 \dots 4}_{2026 \ fois} \underbrace{88 \dots 8}_{2025 \ fois} 9$$
. Calculer \sqrt{N} .

Problème 5 Divisibilité!

Des nombres
$$x_1, x_2, \dots, x_n$$
 sont choisis dans l'intervalle [2; 4] tels que : $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{17n}{6}$ et $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 9n$

Prouver que n est un multiple de 12.